

Matematyka była od początku świata

O tym, że Eratostenes jako pierwszy obliczył obwód Ziemi, uczniowie w szkole dowiadują się najczęściej na lekcjach geografii lub historii. Niestety, nauczyciele tych przedmiotów nie podają uczniom jak tego dokonał. Postanowiliśmy tę lukę wypełnić.

Zanim jednak omówimy problem obliczenia obwodu Ziemi, spróbujemy przybliżyć naszym czytelnikom jego postać.

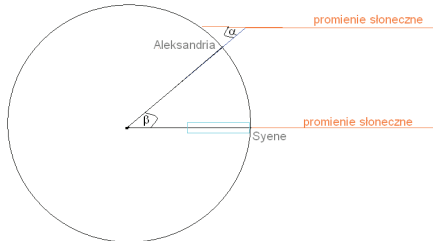
Eratostenes był greckim filozofem. Urodził się około 275 r. p. n. e. w Cyrene leżącej na terenach dzisiejszej Libii. Był wszechstronnym filozofem. Zajmował się: geografią, astronomią, matematyką, historią, poezją i muzyką. W Aleksandrii zajmował się zarządzaniem biblioteką aleksandryjską.



Ten oto Eratostenes usłyszał od kupców podróżujących po całym ówczesnym świecie, że w odległym Syene, dzisiejszym Asuanie, jest w roku taki dzień, w którym promienie słoneczne oświetlają dna najgłębszych studni. W tym też dniu przedmioty znajdujące się na powierzchni ziemi nie posiadają cienia. Tego samego dnia Słońce górowało także w Aleksandrii, gdzie Eratostenes mieszkał, lecz słońce jednak nie oświetlało dna studni, a przedmioty rzucały bardzo krótkie cienie. Są jednak też tacy historycy, którzy uważają, że Eratostenes odwiędził osobiście Syene i zaglądał do tych oświetlonych światłem słonecznym studni – jednak jest to mało prawdopodobne. Prawdą jest jednak fakt, że Eratostenes uważał, iż Ziemia jest kulą. Przeświadczenie o kulistości Ziemi zostało grekom zaszczerpione przez pitagorejczyków, którzy uważali kulę za najdoskonalszą figurę na świecie – ponieważ Ziemia musi być doskonała, więc musiała być kulą.

Eratostenes założył też, że z powodu wielkiej odległości Słońca od Ziemi, wszystkie promienie słoneczne oświetlające Ziemię są do siebie równoległe, czyli promienie oświetlające dna studni w Syene i te dające cień w Aleksandrii są do siebie równoległe. Ponieważ, promienie słoneczne w Syene „zaglądały” do najgłębszych studni, a przedmioty nie dawały cienia, oznacza to, że promienie słoneczne, tego dnia, padają na ziemię w Syene pod kątem prostym, czyli są do powierzchni ziemi prostopadłe. W tym samym czasie, promienie te padały na powierzchni ziemi w

Aleksandrii pod pewnym kątem ostrym. Eratostenes postanowił więc obliczyć, jaki kąt tworzą między sobą promienie ziemi (łącznie środek Ziemi z jej powierzchnią) w okolicach Syene i Aleksandrii – postanowił wyznaczyć kąt β . Ideę tego rozwiązania przedstawia następujący rysunek.



Kąty α i β , jako kąty naprzemianległe, mają taką samą rozwartość. Eratostenes postanowił więc wyznaczyć rozwartość kąta α . W tym celu zmierzył długość cienia, jaki w tym dniu rzucał obelisk w Aleksandrii. Co prawda, Eratostenes nie znał wysokości tego obelisku, dopytał się więc o jego wysokość budowniczych, którzy ten obelisk postawili. Okazało się, że obelisk jest 8 razy dłuższy od swojego cienia. W jaki sposób udało się z tych informacji Eratostenesowi wyznaczyć, że kąt α ma $7^{\circ}12'$? Najprawdopodobniej wykorzystał do tego celu model trójkąta prostokątnego, w którym jedna z przyprostokątnych jest 8 razy dłuższa od drugiej. W każdym bądź razie zadziwia dokładność, z jaką Eratostenes wyznaczył kąt α . Wynika z tego, że kąt β też miał $7^{\circ}12'$. Łatwo zauważyć, że obwód Ziemi jest 50 razy dłuższy od odległości jaka dzieli Syene i Aleksandrię, ponieważ $50 \cdot 7^{\circ}12' = 360^{\circ}$.

Niestety Eratostenes nie wiedział jak daleko jest z Aleksandrii do Syene. Nie wiedzieli tego też kupcy, którzy po kilka razy w ciągu roku kursowali między tymi miejscowościami. Zresztą to, że kupcy nie znali tej odległości, wcale niktogo nie dziwiło – w tamtych czasach odległości między miejscowościami mierzyło się czasem potrzebnym na przebycie z jednej miejscowości do drugiej, a nie kilometrami.



Kupcy poinformowali więc Eastotenesa, że karawana obładowanych towarami wielbłądów, na przemierzenie trasy z Syene do Aleksandrii potrzebuje 50 dni. Eratostenes wiedział, że obciążone wielbłądy poruszają się powoli krokiem jednostajnym dlatego założył, iż jednego dnia wielbłąd przechodzi około 100 stadionów(!).

W tamtych czasach długości nie mierzono, tak jak dzisiaj w metrach czy kilometrach. Stosowane jednostki długości miały raczej charakter praktyczny i było ich bardzo dużo. Podstawową jednostką długości była stopa lub łokieć. Jednak jednostki te nie były znormalizowane – ich długość zależała od właściciela stopy, czy łokcia. Dłuższe odległości mierzono między innymi w stadionach. „Stadion” to długość dystansu, jaką jest wstanie przebiec człowiek szybkim tempem, nie zmieniając tempa biegu, i nie zatrzymując się na odpoczynek. Przyjmowano, że 1 stadion, to około 600 stóp.

100 stadionów przez 50 dni daje 5000 stadionów. Można więc powiedzieć, że Aleksandrię od Syene dzieli 5000 stadionów. Ponieważ dystans ten to 1/50 obwodu Ziemi, czyli obwód Ziemi, zgodnie z obliczeniami Eratostenesa, wynosi 250000 stadionów.

Dzisiaj bardzo trudno jest ocenić dokładność obliczeń Eratostenesa, gdyż nie wiemy, jak zamienić stadiony na kilometry. Historycy zauważyli, że rozmiary budowanych w tamtych czasach stadionów sugerują, iż 1 stadion to około 160-200 m. Przyjmując taką długość stadionu, otrzymujemy obwód ziemi równy około 40000 km. Dokładność pomiarów jest zaskakująca, gdyż dzisiaj przyjmuje się, że średni obwód Ziemi to około 40040 km.

Wynik zaskakuje tym bardziej, że kluczowa wielkość, czyli odległość między Syene a Aleksandrią została tylko oszacowana i nie był to jedyny błąd popełniony przez Eratostenesa. Przyjął on też, że Ziemia jest idealną kulą, co jest nieprawdą. Zaniedbał fakt, że karawana nie poruszała się po linii prostej, ale szła brzegiem Nilu. Nie uwzględnił też faktu, że Aleksandria i Syene nie leżą na tym samym południku. Pomimo tych błędów obwód Ziemi został wyznaczony z ogromną dokładnością. Na zakończenie wymienimy jeszcze inne osiągnięcia Eratostenesa:

1. Oszacował odległość Ziemi od Słońca i od Księżyca;
2. Jako jeden z pierwszych sugerował możliwość dotarcia do Indii drogą morską, płynąc z zachodnich brzegów Hiszpanii, cały czas na zachód;
3. Sporządził pierwsze mapy antycznego świata. To jego mapy prawdopodobnie studiował Krzysztof Kolumb zanim wypłynął w swoją podróż, której celem było odkrycie morskiej drogi do Indii;
4. Wymyślił algorytm wyznaczania liczb pierwszych, czyli mających dokładnie dwa podzielniki, zwany dzisiaj „Sitem Eratostenesa”;
5. Ustalił datę upadku Troi na 1184 r. p. n. e., co jest zgodne z dzisiejszymi ustaleniami historyków i wiele innych...